

## ESTUDIOS MATEMATICOS TZ2

### Bandas de calificación de la asignatura

#### Nivel Medio

<b>Calificación final:</b>	1	2	3	4	5	6	7
<b>Puntuaciones:</b>	0 – 16	17 – 30	31 – 42	43 – 55	56 – 69	70 – 81	82 – 100

### Variantes en los exámenes según zona horaria

Para proteger la integridad de los exámenes se está haciendo uso creciente de variantes en los exámenes dependiendo de la zona horaria. A través de esta modalidad, alumnos de una parte del mundo no siempre van a dar el mismo examen que aquellos alumnos que estén en otras partes. Se aplica un procedimiento riguroso para asegurar que las pruebas sean comparables en cuanto a lo que abarcan del programa de estudios como también en cuanto a su dificultad. Se toman medidas para asegurar que los mismos estándares de corrección sean aplicados a los exámenes de los alumnos sin importar la versión del examen. Para la convocatoria de exámenes de mayo de 2011, el BI ha producido variantes en los exámenes de Estudios Matemáticos según la zona horaria. Las bandas de calificación para los distintos exámenes se determinan en forma separada. Se emiten juicios cuidadosos basados en los criterios de nivel de rendimiento para justificar las diferencias en las pruebas.

### Evaluación interna del Nivel Medio

#### Bandas de calificación del componente

<b>Calificación final:</b>	1	2	3	4	5	6	7
<b>Puntuaciones:</b>	0 - 4	5 – 6	7 – 8	9 – 11	12 – 14	15 – 16	17 – 20

### Ámbito y adecuación del trabajo entregado

En esta convocatoria hubo una gran variedad de proyectos en términos de calidad de trabajo y temas elegidos. Casi todas las tareas elegidas fueron apropiadas para un proyecto de Estudios Matemáticos. Hubo muy pocos casos en los que el tema elegido no fuera apropiado y esto se reflejó en la parte del análisis, ya que en estos casos no se pudo aplicar ningún procedimiento matemático o muy pocos, resultando proyectos más teóricos que matemáticos. Una gran mayoría de alumnos optó por un análisis estadístico en un intento de comprobar una hipótesis previamente formulada. Una vez más, los dos principales procedimientos matemáticos usados fueron el coeficiente de correlación momento-producto de Pearson y la prueba de chi-cuadrado.

Muchos alumnos incluyeron cuestionarios y datos sin procesar, pero un gran número no lo hizo u organizó los datos en una forma que impedía remitirse a los datos y comprobar los procedimientos matemáticos.

En muchos proyectos en los que los alumnos recolectaron sus propios datos, no se describió el proceso de recolección de datos con el detalle suficiente para evaluar la calidad de los mismos.

Una cantidad sorprendente de alumnos omitió cualquier tipo de procedimiento matemático simple. En estos casos, el primer procedimiento complejo es considerado como “simple”. Una gran cantidad aplicó la prueba de chi-cuadrado con datos insuficientes o datos que no representaban frecuencias, obteniendo como resultado una prueba inválida. Los alumnos también llegaron a conclusiones incorrectas en relación a la correlación basándose en su prueba de chi-cuadrado para la independencia. Pocos profesores encontraron estos errores. Esto sugiere que los profesores no están comprobando la precisión de los procedimientos matemáticos en detalle cuando corrigen los trabajos o que ellos tampoco comprenden cómo aplicar una prueba de chi-cuadrado que sea válida, o que no entienden lo suficientemente bien el criterio C.

Muchos alumnos están usando la tecnología para hacer matemáticas para ellos y frecuentemente no hacen ningún tipo de matemáticas ellos mismos. Cualquier procedimiento matemático realizado solo a través de la tecnología se considera simple.

Parece que algunos profesores están otorgando, en el criterio F, niveles altos por proyectos que están bien escritos y organizados pero que carecen de notación y terminología correctas. Esto sugiere que estos profesores no comprenden el criterio lo suficientemente bien.

La discusión sobre validez todavía se limita mayormente a los datos recolectados. Muchos alumnos no pueden demostrar en sus proyectos ningún tipo de comprensión de este concepto.

Cada vez más y más alumnos producen proyectos muy cortos que no reflejan las 20 horas destinadas al trabajo en la escuela más aproximadamente el mismo tiempo de trabajo afuera del aula.

La diversidad de matemática que alguna vez se vio, ahora se está reduciendo significativamente. Sin embargo hubo alumnos que produjeron trabajos estupendos y que obtuvieron niveles altos en todos los criterios de evaluación.

Los comentarios hechos por los profesores en los formularios 5/PJCS fueron muy claros y útiles. Se anima a los profesores también a que escriban comentarios en los proyectos e indiquen los lugares en los que han comprobado la precisión de la matemática usada.

## Desempeño de los alumnos con relación a cada criterio

- A. El enunciado de la tarea fue frecuentemente evidente y la mayoría de los alumnos describieron un plan que seguirían aunque hubo una gran variedad en el detalle en que los planes fueron descriptos.

Es importante seguir el plan establecido. Si el plan está bien documentado, entonces el proyecto normalmente se desarrolla mejor y sigue una estructura lógica. No todos los planes estaban bien enfocados. Algunos proyectos no tenían un título y, como resultado, no se les

pudo otorgar más que un punto en este criterio. Se presentaron frecuentemente introducciones largas (incluyendo un fondo teórico sobre el tema en cuestión) en lugar de un plan. Varias veces el “plan” pareció ser más un resumen de los pasos seguidos, escritos *después* de que los mismos se hayan llevado a cabo.

- B. En la mayoría de los casos los datos fueron limitados en cantidad o la descripción de la selección de la muestra no fue dada con los detalles suficientes para poder evaluar la calidad de los datos. Además no todos los alumnos presentaron los datos en tablas listas para el posterior análisis. Algunos habían obviamente recolectado datos (a través de cuestionarios o de otro modo) pero omitieron incluir estos datos en sus proyectos. Si no se presentan los datos sin procesar, entonces el moderador no puede controlar la precisión de los procedimientos matemáticos usados. La calidad de los datos varió considerablemente. Los alumnos deben entender que tener muchos datos no siempre significa tener la calidad necesaria para alcanzar el máximo nivel en este criterio. Si los datos son demasiado simples entonces el análisis matemático que el alumno puede realizar está limitado. Cuando se usan datos secundarios, los alumnos deben identificar claramente la fuente.
- C. Hubo una cantidad sorprendente de proyectos que no incluyeron ningún procedimiento matemático simple, y en estos el primer procedimiento complejo se consideró como simple. Hubo también una gran cantidad de proyectos que incluyeron la prueba de chi-cuadrado como el único procedimiento complejo, pero no usaron datos que representaran frecuencias o no tenían suficiente cantidad de frecuencias esperadas en cada celda de la tabla de contingencia para que la prueba sea válida. Algunos alumnos solo incluyeron matemática simple porque los mismos proyectos no se prestaban a técnicas complejas. Muchos solo usaron tecnología para aplicar técnicas complejas sin saber que esto es considerado como un procedimiento simple. Algunos alumnos introdujeron procedimientos matemáticos que eran totalmente irrelevantes. Esto puede resultar con la pérdida de puntos. Muchos alumnos y sus profesores no tienen claro la prueba de chi-cuadrado. Los valores en la tabla de contingencia deben ser frecuencias y los valores esperados no deben ser menores que 1 y no debe haber más del 20% entre 1 y 5, de lo contrario la prueba no es válida.
- D. La mayoría produjo resultados que eran consistentes con sus análisis. Sin embargo pocos produjeron discusiones detalladas. En muchos casos esto sucedió porque el proyecto era demasiado simple y una discusión exhaustiva no era posible. Los alumnos más capaces hicieron bien al presentar conclusiones parciales a medida que avanzaban en su trabajo y luego las resumieron al final para dar una conclusión general.
- E. El concepto de validez todavía se escapa de los alumnos más débiles. Muy pocos alumnos son convincentes en su comprensión de la noción de validez. Muchos incluyeron la palabra “validez” en una frase, pero lo que escribieron no demostró que tuvieran una comprensión de este concepto. Las discusiones generalmente se centraron en la recolección de datos. Menos frecuentemente se encontró que un alumno comentara sobre la validez de los procedimientos en sí mismos.
- F. La mayoría de los proyectos fueron bien presentados. Muchos alumnos anotaron sus acciones en cada etapa. Es también importante asegurar que la notación y la terminología sean correctas. Muchos alumnos perdieron puntos en esta convocatoria por errores en la notación o en la terminología. Algunos alumnos no parecen saber que notación de calculadora/computadora no siempre es notación matemática correcta.

G. Pareció que la mayoría de los profesores otorgaron puntos apropiadamente.

## Recomendaciones para la enseñanza a futuros alumnos

Los profesores pueden ayudar a sus alumnos de muchas formas

- Ofrezcales ejemplos de “buenos” proyectos de manera que sepan qué se espera de ellos.
- Asegúrese de que ellos conocen (y comprenden) los criterios de evaluación.
- Recuerde a sus alumnos que el proyecto es un trabajo importante y que debe mostrar un compromiso de tiempo y esfuerzo.
- Aliente a sus alumnos a que encuentren su propia tarea y a que expliquen el plan exhaustivamente.
- Compruebe que la matemática usada en el proyecto sea pertinente.
- Aliente a sus alumnos a que usen más matemática compleja.
- Enséñeles a sus alumnos el significado y las limitaciones de las técnicas estadísticas.
- Recuérdeles a los alumnos que deben usar frecuencias cuando usan la prueba de chi-cuadrado para su análisis y que verifiquen que los valores esperados son mayores que 5.
- Si los alumnos están usando tecnología entonces recuérdelos que se espera que den un ejemplo realizado a mano de lo que están haciendo antes de empezar a usar la calculadora para hacer matemática.
- Aliente a sus alumnos a prestar más atención a detalles como rótulos y escalas en los gráficos, errores de ortografía, erratas, notación de computadoras.
- Explíqueles cómo evaluar su trabajo, elaborar conclusiones, examinar los procesos matemáticos usados y comentar críticamente sobre ellos.
- Enfátice la importancia de cumplir con las fechas límite.
- Infórmeles a sus alumnos sobre diferentes técnicas de muestreo.
- Recuérdeles que incluyan todos los datos sin procesar ya sea en un apéndice o como parte de su tarea.
- Muéstrela a sus alumnos cómo usar un editor de ecuaciones o “Math Type”.
- Recuérdeles la importancia de incluir procedimientos matemáticos simples en sus proyectos.
- Verifique los cálculos en cada proyecto.
- Envíe el trabajo original de los alumnos al moderador.
- Encuéntrese con los alumnos en intervalos regulares de tiempo para monitorear el progreso de sus trabajos.
- Escriba un comentario para justificar el otorgamiento de cada nivel de logro.

## Prueba 1 del Nivel Medio

### Bandas de calificación del componente

<b>Calificación final:</b>	1	2	3	4	5	6	7
<b>Puntuaciones:</b>	0 – 13	14 – 27	28 – 38	39 – 50	51 – 63	64 – 75	76 – 90

### Áreas del programa y del examen que resultaron difíciles para los alumnos

- Tablas de verdad
- Medidas de tendencia central a partir de tablas de frecuencias
- Sistemas de ecuaciones
- Concepto de tangente a una curva
- Funciones periódicas
- Resolución de ecuaciones exponenciales
- Construcción de ecuaciones algebraicas a partir de información dada.

### Áreas del programa y del examen en que los alumnos demostraron estar bien preparados

- Diagrama de tallos y hojas y también de caja y bigotes.
- Conversión de proposiciones compuestas dadas en símbolos a palabras.
- Geometría en el plano.
- Probabilidad básica.
- Conversión de divisas.

### Puntos fuertes y débiles de los alumnos al abordar las distintas preguntas

#### Pregunta 1: Conjuntos.

Hubo mucha confusión entre los alumnos en relación al significado de las palabras *número de elementos*. Muchos simplemente escribieron 6 o { 6 } y por lo tanto perdieron el último punto. La parte (b) se respondió bien y se vieron muchos intentos exitosos al completar el diagrama de Venn en (c). El error más común en la última parte fue omitir el elemento 10.

**Pregunta 2: Medidas estadísticas a partir de un diagrama de tallos y hojas y un diagrama de caja y bigotes.**

Mientras que muchos alumnos contestaron bien esta pregunta, otra cantidad significativa contó incorrectamente la cantidad de datos requeridos para cada medida y, como consecuencia las respuestas 65; 51,5 y 72 se vieron en varios exámenes. Sin embargo, todos los alumnos que contestaron la parte (b) aseguraron como mínimo 2 puntos por procedimiento de coherencia (ft) que estaban disponibles. Una cantidad menor de alumnos perdió el último punto por unir los puntos extremos del diagrama por una línea atravesando la caja.

**Pregunta 3: Lógica.**

Se vieron muchas respuestas correctas en la parte (a) con una cantidad minoritaria de alumnos que malinterpretó el símbolo  $\vee$  como una “y”. Algunos omitieron la palabra “si” y por lo tanto perdieron el primer punto. La parte (b) no se contestó tan bien como se esperaba y esto indica que en algunas escuelas se debe trabajar más el símbolo lógico  $\Rightarrow$ . En (c) se encontraron muchas respuestas correctas (“ninguno”) pero la justificación careció en algunos casos de un razonamiento definitivo. Sin un razonamiento suficiente, el punto por respuesta no se otorgaba.

**Pregunta 4: Medidas de figuras planas y notación científica.**

Una gran cantidad de alumnos simplemente dividió 150.000.000 por 365 y consecuentemente perdió todos los puntos menos uno por método en la parte (a). Quizá estos alumnos asumieron que el valor dado era la circunferencia en lugar del radio. Muchos se recuperaron en la parte (b) y ganaron los dos puntos. Se notó que en algunas respuestas de la parte (b) el exponente era negativo en vez de ser positivo, sugiriendo este hecho que varios alumnos no comprenden la notación científica.

**Pregunta 5: Geometría en el plano.**

Generalmente, esta pregunta se respondió bien y muchos alumnos obtuvieron la puntuación completa. De hecho, la tendencia fue perder puntos por redondear prematuramente más que por utilizar métodos incorrectos. En varios casos en la parte (a) se vio la respuesta incorrecta y curiosa de 8,2 después de una expresión correcta para la pendiente. Aparentemente fue por introducir en la calculadora  $8 - 4 \div 5 + 1$ .

**Pregunta 6: Promedios y porcentaje de error.**

En las partes (a) y (b) 2,5 fue un error común dado que algunos alumnos no tenían claro el concepto de media y mediana a partir de datos dados en tablas y simplemente miraron la media y la mediana del *Número de goles*, ignorando el número de partidos. La respuesta fue mejor en la parte (c) y se vieron muchas respuestas correctas (a partir de puntos por arrastre de error).

**Pregunta 7: Sistemas de ecuaciones**

Una cantidad significativa de alumnos obtuvo los primeros tres puntos. La segunda ecuación en  $x$  y en  $y$  fue más difícil de alcanzar. Una respuesta popular pero incorrecta fue  $12x + 5y = 10000$ . En (d), en la mayoría de los casos en los que se mostraba el procedimiento, la mayor parte de estos eran incorrectos. De hecho, un método popular pero erróneo fue despejar  $x$  (o  $y$ ) de una ecuación y luego sustituir el valor hallado en la misma ecuación. Las respuestas que involucraban decimales deberían

haber llamado la atención de los alumnos y haberlos hecho pensar que algo estaba mal, por lo que otra mirada a la pregunta hubiera sido necesaria. El álgebra es siempre un discriminador en estas pruebas y se aconseja a las escuelas que refuercen los conceptos en esta área.

### **Pregunta 8: Medidas en tres dimensiones.**

Así como algunos alumnos tomaron el diámetro dado como un radio, hubo mucha confusión entre el área y el volumen de una esfera, y aunque en algunos casos se recuperaron al multiplicar por 75, dos de los tres puntos fueron perdidos. La recuperación fue posible en la parte (b) y se vieron intentos exitosos para calcular la altura del cono.

### **Pregunta 9: Probabilidad**

Una pregunta con un nivel de respuesta razonable, y en las partes (a) y (c) se vieron muchas correctas. Sin embargo, en la parte (b) no se vio tan seguido respuestas correctas ya que a pesar de que 25 se vio en el numerador, el espacio muestral total no se redujo y el denominador de 250 hizo que perdieran el último punto en esta parte de pregunta.

Una cantidad minoritaria de alumnos escribió en sus exámenes respuestas decimales. Cuando estas eran correctas, se otorgaban ambos puntos en cada una de las partes. Sin embargo, respuestas incorrectas no ganaban puntos. Los alumnos deben ser alertados de escribir como mínimo la respuesta como fracción de manera de que algún punto se les sea otorgado. En esta pregunta predominaron respuestas incorrectas como 0,10 o 10% en la parte (b). Estas respuestas por sí mismas no ganan ningún punto mientras que 25/250 gana A1, A0.

### **Pregunta 10: Trigonometría con triángulos rectángulos y teorema del coseno.**

Aunque muchos alumnos pudieron calcular el ángulo ABD correctamente, una gran cantidad paró y no sumó  $100^\circ$ , por lo que perdió los últimos dos puntos en la parte (a). En muchos exámenes se vio una recuperación en la parte (b) ya que los alumnos se vieron bien entrenados en el uso del teorema del coseno y se vieron procedimientos correctos. A pesar de haber visto varias veces en (a) la respuesta incorrecta  $26,4^\circ$ , muchos usaron el ángulo correcto en (b).

### **Pregunta 11: Cálculo y dibujo aproximado de la tangente**

Los alumnos respondieron razonablemente las partes (a) y (b) indicando que estaban preparados en el proceso de derivación. Sin embargo en la parte (c) no muchos alcanzaron la respuesta correcta, ya que frecuentemente igualaron las dos funciones dadas en lugar de sus funciones derivadas, resultando popular la respuesta  $x = -1,46$ . La parte (d) tuvo una respuesta muy pobre: muchos alumnos no dibujaron la tangente y otros tantos la dibujaron en un lugar equivocado.

### **Pregunta 12: Porcentajes y finanza**

Esta pregunta se contestó generalmente bien con la mayoría de los procedimientos correctos en las partes (a) y (b). La respuesta más popular en la parte (a) fue 1920, proveniente de la cantidad de estatuas defectuosas en vez de las no defectuosas. Desafortunadamente en la parte (c) muchos alumnos multiplicaron por 0,8739 en vez de dividir, y 10,49 resultó una respuesta repetida, pero errónea.

**Pregunta 13: Función seno y su período**

A pesar de que esta pregunta sea recurrente en muchos exámenes previos, resultó difícil para muchos alumnos y se observaron muchos procedimientos incorrectos en las partes (a) y (b). Muchos alumnos se pudieron recuperar luego en la parte (c), ganando al menos un punto por marcar  $P$  en la gráfica, sin embargo no todos fueron capaces de **estimar** la coordenada  $x$  de  $P$ .

Muchas veces se vio la respuesta 90 y una gran cantidad buscó la solución en su calculadora de pantalla gráfica. Como se pedía una estimación, cualquier respuesta de esta naturaleza se consideró incorrecta.

**Pregunta 14: Dedución de resultados a partir de un modelo exponencial.**

En muchos casos se vio en (a) la respuesta incorrecta 23052,70 encontrada a partir de la sustitución de  $t$  por 1. La parte (b) se respondió mejor y en muchos casos se vio la respuesta correcta. Muchos alumnos ganaron los dos primeros puntos de (c) al igualar la expresión correcta a un medio de sus respuestas de (a). Muchos sin embargo parecieron no conocer el proceso correcto para usar su calculadora de pantalla gráfica y encontrar la respuesta requerida. Se vio mucho *ensayo y error* con un grado de éxito variado.

**Pregunta 15: Formación de una ecuación cuadrática.**

Esta pregunta resultó difícil para la mayoría de los alumnos. Muchos simplemente no pudieron darse cuenta que para relacionar las tres longitudes dadas, se tenía que usar Pitágoras. Además, varios no parecieron apreciar el concepto de ecuación cuadrática, y como consecuencia, o escribieron una ecuación lineal relacionando una longitud con la suma de las otras dos o multiplicaron las tres longitudes. De la minoría que escribió la ecuación usando Pitágoras, muchos no pudieron desarrollar los paréntesis correctamente y llegaron a  $x^2 = 15$ . Por lo tanto, muy pocos alumnos ganaron más de un punto en (a). De aquellos que escribieron la ecuación cuadrática correctamente simplificada en (a), muchos resolvieron bien la ecuación en (b) y llegaron al valor buscado de  $x = 5$  en (c).

**Recomendaciones y orientación para la enseñanza a futuros alumnos**

Los alumnos deben ser alentados a:

- Dar todas sus respuestas con el grado de precisión requerido: aunque en esta prueba se penalizó con solo un punto por exactitud (AP) y solo un punto por exactitud financiera (FP), muchos alumnos perdieron los dos puntos.
- Examinar las respuestas en forma crítica para ver si son razonables en el contexto del problema planteado.
- Mostrar todos los procedimientos para así poder ganar puntos en los casos en los que las respuestas son incorrectas.
- No anular su trabajo a menos que lo vayan a reemplazar: el trabajo tachado no gana puntos.
- Practicar técnicas algebraicas. Especialmente desarrollo de paréntesis y factorización para resolver ecuaciones cuadráticas.
- Asegurar que están completamente familiarizados con las fórmulas que aparecen en el cuadernillo de información y saben exactamente dónde están antes del examen.

## Prueba 2 del Nivel Medio

### Bandas de calificación del componente

<b>Calificación final:</b>	1	2	3	4	5	6	7
<b>Puntuaciones:</b>	0 – 13	14 – 27	28 – 38	39 – 49	50 – 61	62 – 72	73 – 90

### Comentarios generales

La prueba pareció ser accesible y de una longitud apropiada. Los comentarios del formulario G2 fueron en general positivos en relación a la cobertura del programa de estudios y al nivel de dificultad. La mayoría de los comentarios indicaron que la prueba fue sencilla, y que el lenguaje fue claro. La mayoría de los alumnos demostró un buen conocimiento del material del curso y habilidad para aplicar ese conocimiento para responder las preguntas del examen.

### Áreas del programa y del examen que resultaron difíciles para los alumnos

Las siguientes tareas resultaron difíciles para los alumnos: identificar correctamente los ejes en un diagrama de dispersión; uso de la calculadora de pantalla gráfica para encontrar la recta de regresión y para resolver ecuaciones cuadráticas y exponenciales; uso del valor de  $\chi^2$  para tomar una decisión respecto de una determinada hipótesis en una prueba de chi-cuadrado, y llegar a una conclusión sobre cuán apropiado es usar la ecuación de la recta de regresión para hacer una estimación. Los alumnos tuvieron las mayores dificultades en las preguntas de trigonometría y cálculo. En trigonometría muchos alumnos asumieron que el triángulo ABC era isósceles o que BN era una bisectriz. En la pregunta de cálculo muchos tuvieron dificultad en identificar la asíntota vertical, en usar la calculadora de pantalla gráfica para identificar las coordenadas del punto mínimo y del máximo, y en identificar el recorrido de la función. Una gran mayoría de los alumnos tuvo dificultad en llegar a conclusiones basándose en justificaciones claras y concisas. Algunos alumnos perdieron todos los puntos cuando dieron respuestas incorrectas sin mostrar ningún método, y perdieron por lo tanto la oportunidad de ganar puntos por método. Muchos perdieron un punto por falta de exactitud en sus respuestas (AP) pero fue bueno ver que solo algunos pocos fueron penalizados por falta de unidad (UP) por no dar la unidad correcta. Hubo una mejora notable entre los alumnos en el uso correcto de unidades.

### Áreas del programa y del examen en que los alumnos demostraron estar bien preparados

La mayoría de los alumnos mostró tener un buen manejo del tiempo y en muy pocos exámenes se dejaron preguntas sin contestar. La mayoría mostró una cantidad suficiente de procedimiento de manera que se otorgaron puntos por procedimiento de coherencia y puntos por método en los casos en que las respuestas eran incorrectas. Muchos exámenes se presentaron en forma prolija aunque todavía no todos los alumnos presentan sus procedimientos cuidadosamente. La mayoría de los alumnos

escribió al lado de sus procedimientos la letra correspondiente a la parte de pregunta que estaban contestando, lo que es esencial especialmente en la prueba 2.

Se encontró una buena comprensión de: la prueba de chi-cuadrado, la ecuación de la recta de regresión, uso de la recta de regresión, progresiones aritméticas y geométricas, la media de un conjunto de números, interés simple y compuesto, conversión de divisas, y uso del teorema de Pitágoras. Los grados de libertad para la prueba de chi-cuadrado fue hallado correctamente por la mayoría de los alumnos y la hipótesis nula fue bien establecida. Fueron mayormente satisfactorios los gráficos aproximados en la pregunta 5 y los puntos marcados en la pregunta 1. Muchos usaron el teorema del seno correctamente, encontraron el área del triángulo en la pregunta 4, y usaron la derivada de la función dada en la pregunta 5 para hallar la pendiente del gráfico en el punto pedido.

La mayoría pudo mostrar sus conocimientos de los conceptos matemáticos aprendidos y sus aplicaciones.

## Puntos fuertes y débiles de los alumnos al abordar las distintas preguntas

### Pregunta 1: Prueba de chi-cuadrado y recta de regresión

#### Parte A: Prueba de chi-cuadrado

Esta parte de pregunta la respondió bien la mayoría de los alumnos. La hipótesis nula y los grados de libertad fueron en general correctos. Algunos alumnos dieron una conclusión basada en buenas justificaciones. Pero otros mostraron falta del conocimiento necesario para hacerlo. Algunas respuestas a la parte (d) incurrieron en una penalización por exactitud por no respetar el nivel requerido de precisión.

#### Parte B: Diagrama de dispersión y recta de regresión

Muchos alumnos invirtieron los ejes en (a), pero los puntos en general se marcaron bien. Los valores de los coeficientes de la recta de regresión  $y = ax + b$  en muchos casos no se dieron a 3 cifras significativas como es requerido, y esto se penalizó. La recta de regresión en varios casos se dibujó sin pasar por el punto M ni por el corte con el eje y. Las respuestas a la última parte de la pregunta fueron en particular pobres y muchos no fueron capaces de dar una razón que justificara su decisión.

### Pregunta 2: Finanzas

Hubo una mezcla de buenas respuestas en la parte (a). Muchos no usaron el interés correcto al calcular la tasa de interés y como resultado perdieron 2 puntos. La parte (b) se respondió bien. Sólo unos pocos alumnos fueron penalizados con FP por no dar la respuesta con la exactitud requerida. Las partes (c) y (d) no fueron bien respondidas. Los alumnos que mostraron procedimientos detallados ganaron puntos. Muchos alumnos tuvieron dificultad para trabajar con la fórmula del interés compuesto cuando este estaba compuesto trimestralmente. Fue raro ver respuestas finales correctas en las partes (c) y (d).

### Pregunta 3: Progresiones/Series aritméticas y geométricas

#### Parte A: Progresiones/Series geométricas

Las partes (b) y (c) fueron en general bien respondidas. La mayoría de los alumnos no pudo dar una justificación satisfactoria en (a) y solo ganó 1 punto. Las respuestas a la parte (d) fueron

frecuentemente pobres. Los alumnos que escribieron la ecuación ganaron 2 puntos pero muy pocos de estos pudieron llegar a la respuesta final correcta.

### Parte B: Progresiones/Series aritméticas

Las partes (a) y (b)(i) fueron en general respondidas correctamente. Las partes (b)(ii)(a) y (b)(ii)(b) tuvieron un nivel de respuesta bajo. Muchos alumnos no supieron cómo contestar la pregunta del tipo “compruebe que”. Unos pocos pudieron resolver la ecuación cuadrática usando la calculadora de pantalla gráfica. Los que intentaron resolverla sin la calculadora no pudieron encontrar la respuesta correcta.

### Pregunta 4: Geometría

Muchos alumnos asumieron de forma incorrecta que el triángulo ABC era isósceles y/o que CN era una bisectriz, y eso hizo que usaran métodos incorrectos. En los casos en que se haya supuesto esto, todos o casi todos los puntos fueron perdidos en esa parte particular de la pregunta 5. Había indicaciones en el esquema de corrección de corregir las partes siguientes por arrastre de error. La mayoría de los alumnos abordaron al menos las partes

(a), (b) y (c). Algunos usaron incorrectamente en (c) la fórmula para el área de triángulos con base y altura dadas, y perdieron todos los puntos. Muchos perdieron un punto por redondeo prematuro en (d). La parte (e) resultó ser especialmente difícil para los alumnos. Muchos intentaron adivinar en lugar de utilizar un razonamiento matemático.

### Pregunta 5: Cálculo

La parte (a) se respondió o bien o pobremente. La mayoría de los alumnos encontró el primer término de la derivada correctamente, pero el resto de los términos eran incorrectos. La pendiente en (c) se calculó correctamente excepto por aquellos alumnos que sustituyeron en  $f(x)$  en lugar de hacerlo en  $f'(x)$ . La parte (d) tuvo una mezcla de respuestas. Falta de rótulo en los ejes, escala apropiada, máximo incorrectos y comportamiento asintótico incorrecto fueron los problemas principales con los gráficos aproximados en (e). La parte (f) también se respondió o correctamente o totalmente mal. Algunos usaron la herramienta “trace” de la calculadora en lugar de usar el “min” y el “max”, y por lo tanto obtuvieron coordenadas con una precisión inaceptable. Algunos no tenían claro que un punto máximo local podría estar ubicado en el gráfico debajo del punto mínimo local, y entonces intercambiaron los pares de coordenadas en (f)(i) y (f)(ii). Muy pocos alumnos pudieron identificar el recorrido correctamente en (g) independientemente de haber dibujado correctamente o no el gráfico de la función.

## Recomendaciones y orientación para la enseñanza a futuros alumnos

- *Muestre sus procedimientos:* Todo procedimiento pertinente debe ser mostrado en cada pregunta. Puntos por procedimientos de coherencia pueden ser ganados en los casos en que sea apropiado.
- *Cuando muestre sus procedimientos, rotule la parte de la pregunta que está contestando.* Un rotulado apropiado es necesario tanto para ayudar al alumno a una revisión rápida al final del examen como para los examinadores cuando revisan y corrigen tu trabajo.

- *Use la calculadora de pantalla gráfica más eficientemente.* Debe conocer todas las funciones pertinentes de su calculadora. No hay necesidad de explicar cómo se usa la calculadora, es decir qué teclas presionó, etc. Los alumnos deben ser alentados a usar su calculadora de pantalla gráfica a través del curso completo. Es esencial conseguir que los alumnos se familiaricen con el gráfico de funciones no familiares y usen la calculadora para resolver ecuaciones.
- *Compruebe sus respuestas cuidadosamente.* Se les debe recordar a los alumnos que controlen sus respuestas y que aseguren que son razonables en el contexto en el que la pregunta se plantea.
- *Preste atención a la precisión con la que se pide que se den las respuestas en una pregunta.* Se les debe recordar a los alumnos que deben dar sus respuestas con la precisión requerida en la pregunta, o con 3 cifras significativas si no está especificado. Deben saber también qué penalizaciones podrían ser aplicadas si esa precisión no se alcanza o si las unidades no se escriben.
- *Conocer los términos de examen.* Los alumnos deben conocer todos los términos de examen de manera que sepan qué acción se tienen que realizar. Deben también conocer la diferencia que hay entre “hacer un gráfico aproximado” y “dibujar un gráfico”, e invertir entonces los esfuerzos apropiados en la tarea asignada.
- *Aprender a escribir justificaciones concisas, claras y bien fundamentadas.* Es importante que los alumnos aprendan a comunicar claramente. Los profesores deben mostrar cómo extraer conclusiones y justificarlas en forma clara, concisa, y bien fundamentadas.
- *Revisar exámenes anteriores.* Los alumnos deben estar familiarizados con exámenes anteriores, su formato, y términos clave que se utilizan.